

Berechnung der „Mutterschaftswahrscheinlichkeit“ bei der Blutgruppenbegutachtung*

K. HUMMEL

Hygiene-Institut der Universität Freiburg i. Br. (BRD)

Eingegangen am 27. April 1970

Calculation of the Probability of Maternity by Use of Blood Group Types

Summary. A mathematical formula which permits the calculation of the probability of maternity on the basis of blood group types is reported.

Key-Words: Blutgruppen — Mutterschaftswahrscheinlichkeit, Berechnung.

Zusammenfassung. Es wird ein rechnerischer Ansatz mitgeteilt, der es erlaubt, die Wahrscheinlichkeit eines Mutter-Kind-Verhältnisses anhand von Blutgruppenbefunden zu berechnen.

Folgender konkreter Fall lag vor: Die Mutter eines unehelichen Kindes gab unter Eid an, nur der Beklagte und kein anderer Mann habe ihr in der Empfängniszeit beigewohnt. Im Blutgruppengutachten wurde nun der von ihr angegebene Mann vollgültig als Erzeuger des klagenden Kindes ausgeschlossen. Durch diese Feststellung war jedoch die Kindesmutter in ihrer Aussage, nur der Beklagte könne der Erzeuger sein, nicht zu erschüttern, so daß sich (u. a.) die Frage erhob, ob das Kind nach der Geburt in der Klinik nicht mit einem anderen vertauscht sein könne. Das Gericht stellte dem Blutgruppengutachter die Frage, mit welcher Sicherheit davon ausgegangen werden könne, Frau I. S. sei die leibliche Mutter des klägerischen Kindes. Diesem Ersuchen wurde nachgekommen. Die Ergebnisse der Untersuchung waren die folgenden:

Blutformeln bei Kind und Mutter:

Kind: 0 MSs K Fy(a-) CCDee Hp 1-1 Gc 2-1 Gm(-1, -2) Inv(-1) P(B) PGM 2-2 AK 2-1;

Mutter: B MSs K Fy(a+) CcDee Hp 2-1 Gc 2-1 Gm(-1, -2) Inv(-1) P(AB) PGM 2-2 AK 1-1.

Die Häufigkeit von Dubletten des vorliegenden Aussehens bei *Nichtverwandtschaft* sei mit Y_M bezeichnet. Um zu dieser zu gelangen, werden die Häufigkeiten der Phänotypen in den einzelnen Erbsystemen bei „Mutter“ (Y'_i) und Kind (Y''_i) multipliziert

$$Y_M = Y'_1 \cdot Y'_2 \cdot \dots \cdot Y'_n \cdot Y''_1 \cdot Y''_2 \cdot \dots \cdot Y''_n.$$

Die Häufigkeit von *Mutter-Kind-Dubletten* der vorliegenden Blutgruppenkonstellation sei mit X_M bezeichnet. Um X_M zu erhalten, werden die Häufigkeiten von Kindern des betreffenden Aussehens bei gegebenem Blutgruppentyp der Mutter in den einzelnen Systemen multipliziert:

$$X_M = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n.$$

* Herrn Professor Dr. Dr. W. Zimmermann zum 60. Geburtstag gewidmet.

Der Quotient X_M/Y_M ist das Likelihoodverhältnis bei Vorliegen der beiden alternativen Hypothesen Mutterschaft — Nichtmutterschaft. Die Mutterschaftswahrscheinlichkeit selbst ergibt sich — unter Anwendung des Bayesschen Ansatzes — aus der Beziehung

$$M W = \frac{X_M}{X_M + Y_M}.$$

Kürzt man die rechte Seite durch X_M , so erhält man

$$M W = 1/[1 + Y_M/X_M]. \quad (1)$$

Neben Y_M/X_M geht in die Formel „stillschweigend“ noch der Likelihood-Quotient einer a priori gegebenen Mutterschaftswahrscheinlichkeit ein, der als 1 gesetzt ist. Man gibt damit der beurteilten „Mutter“ eine gleichgroße Chance für wie gegen Mutterschaft (gleiche Chance für wie gegen Kindvertauschung).

Die gesuchten Werte für Y_M und X_M errechnet man anhand gegebener Genfrequenzen.

Hierzu verwendet man am besten den Ansatz, der auch der Berechnung von Terzettenwahrscheinlichkeiten zugrunde liegt [2]. Man unterscheidet zwischen den beiden Fällen von Genotypen: 1. Mutter AB, Kind AB; 2. anders.

Im ersten Fall ist die Genotyp-Dublettenwahrscheinlichkeit

$$f(G_1)f(G_2)\{f(G_1) + f(G_2)\},$$

im zweiten

$$f(G_1)f(G_2)f(G_V),$$

wobei G_1 und G_2 die Gene der Mutter sind, G_V das Gen, welches vom Vater stammt; f bezeichnet die jeweilige Genfrequenz.

Umfaßt ein Phänotyp mehrere Genotypen, muß man diese Wahrscheinlichkeiten summieren und erhält so den Wert X . Sind Mutter und Kind nicht verwandt, ist die Wahrscheinlichkeit der Dublette gleich dem Produkt der Phänotypwahrscheinlichkeiten von Mutter und Kind. Ist der Genotyp bekannt, erhält man für Y/X einfache Formeln.

Dabei sind folgende vier Fälle zu unterscheiden:

a) Mutter und Kind homozygot mit Gen A:

$$Y/X = f(A);$$

b) Mutter homozygot (AA), Kind heterozygot (AB) oder umgekehrt:

$$Y/X = 2f(A);$$

c) Beide heterozygot: Mutter AB, Kind AB oder AC:

$$Y/X = 4f(A);$$

d) Mutter und Kind vom Genotyp AB:

$$Y/X = 4f(A)f(B)/\{f(A) + f(B)\}.$$

Generell läßt sich zu den Fällen a) bis c) sagen, daß die Wahrscheinlichkeit der Nichtmutterschaft im Verhältnis zur Mutterschaft um so größer wird, je heterogener die beiden Genome sind. Das Verhältnis verändert sich *gegensinnig* mit abnehmender Wahrscheinlichkeit von A. Dies entspricht auch der Erwartung.

Rechenbeispiel (AB0-System):

Kind: Blutgruppe 0; Mutter: Blutgruppe B.

Die Häufigkeit¹ von Blutgruppe 0 ist

$$0,620410^2 = \underline{0,384909};$$

¹ Unter Verwendung von Genfrequenzen aus [1].

die Häufigkeit von Blutgruppe B ist

$$2 \cdot 0,091835 \cdot 0,620410 + 0,091835^2 = \underline{0,122385}.$$

Die Häufigkeit nichtverwandter O—B-Dubletten ist dann

$$Y_M = 0,384909 \cdot 0,122385 = \underline{0,047107}.$$

Die Mutter mit Blutgruppe B hat dem Kind (Blutgruppe O) einen Anteil 0 vererbt; sie besitzt somit den Genotyp B0. Der zugehörige Vater kann vom Typ 00, A0 oder B0 sein. Bei Vorliegen der Blutgruppe O zeigen 50% seiner Kinder (bei einer Mutter des Genotyps B0) die Blutgruppe 0; ist er vom Typ A0 oder B0, so weist jeweils $\frac{1}{4}$ seiner Kinder die Blutgruppe 0 auf. Es errechnen sich folgende Häufigkeiten:

Mutter	Vater	Kinder (0)
B0	00	$2 \cdot 0,091835 \cdot 0,620410 \cdot 0,620410^2 \cdot 0,5 = \underline{0,026359}$
B0	A0	$2 \cdot 0,091835 \cdot 0,620410 \cdot 2 \cdot 0,287755 \cdot 0,620410 \cdot 0,25 = \underline{0,010172}$
B0	B0	$2 \cdot 0,091835 \cdot 0,620410 \cdot 2 \cdot 0,091835 \cdot 0,620410 \cdot 0,25 = \underline{0,003246}$

Die Summe der drei Werte ist

$$X_M = \underline{0,039777}.$$

Nun ist

$$Y_M/X_M (\text{AB0}) = 0,047107 : 0,039777 = \underline{1,184277}.$$

In dieser Weise wurden Y/X -Werte auch für die Konstellationen in den weiteren 10 Systemen ausgerechnet² und miteinander multipliziert. Sie ergeben den Endwert

$$Y_M/X_M = 0,039128.$$

Setzt man diesen in die Formel (1) ein, so erhält man

$$M_W = 1/1 + 0,039128 = 0,962.$$

Die Mutterschaftswahrscheinlichkeit in Prozent ist

$$M_W (\%) = 96,2\%³.$$

Erklärt man die angebliche als die tatsächliche Mutter des Kindes, so wird man in 100 gleichgelagerten Fällen rd. 96mal die Wahrheit treffen, 4mal nicht, wobei vorausgesetzt ist, daß jedes zweite Kind vertauscht ist. Mit dieser, in der Wirklichkeit gänzlich unzutreffenden Voraussetzung wird — wie schon ausgeführt — eine für die beurteilte Kindesmutter unparteiische Situation geschaffen, indem ihr a priori eine gleichgroße Chance für wie gegen die Mutterschaft eingeräumt wird.

² Genfrequenzen aus [2, 3] (zit.).

³ Vom Computer berechnete Tabellen zur Ermittlung der M_W liegen beim Verf. vor (unpubliziert).

Bei einer derart hohen Mutterschaftswahrscheinlichkeit kann ein Gericht, zusammen mit weiteren Ergebnissen der Beweisaufnahme, es als erwiesen ansehen, daß die betreffende Frau die tatsächliche Mutter des klagenden Kindes ist.

Literatur

1. Hoppe, H. H.: Zum Wert der Blutgruppenuntersuchung für den Vaterschaftsprozeß. Blut **3**, 195 (1957).
2. Hummel, K., Ihm, P.: Tabellenwerk zur Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit im serologischen Gutachten. In: Die medizinische Vaterschaftsbegutachtung mit biostatistischem Beweis, Hrsg. K. Hummel. Stuttgart: Gustav Fischer 1961.
3. — — Schmidt, V.: Beurteilung einer nach der Formel von Essen-Möller gefundenen Vaterschaftswahrscheinlichkeit im Hinblick auf die gegebene Mutter-Kind-Konstellation. Dtsch. Z. ges. gerichtl. Med. **66**, 97 (1969).

Professor Dr. K. Hummel
Hygiene-Institut der Universität
D-7800 Freiburg i. Br.
Hermann-Herder-Straße 11